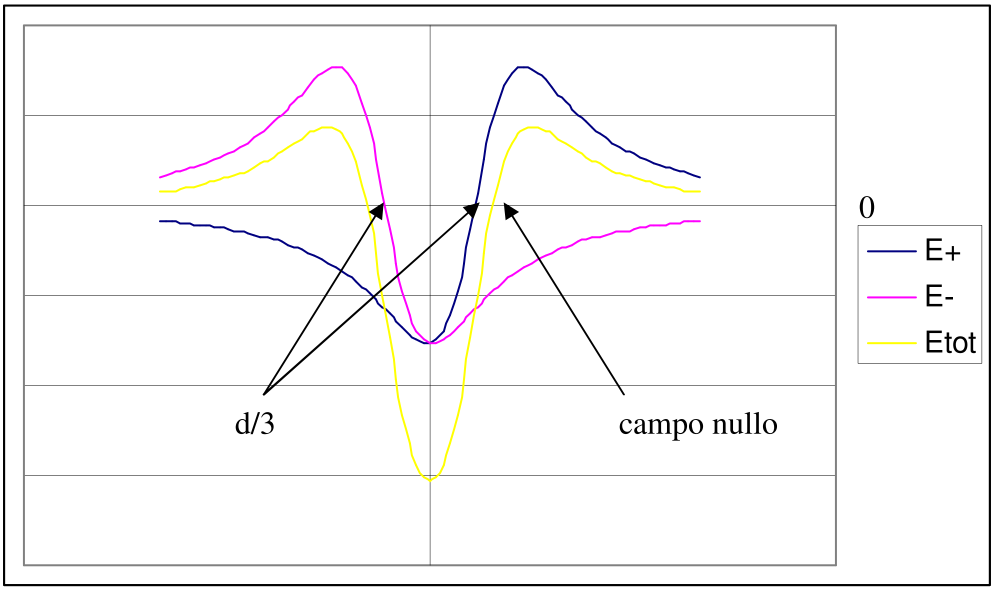
Corso di fisica II

Prova scritta del primo modulo del 28/05/08

Esercizio 1

Questo esercizio può essere risolto con il metodo delle cariche immagine: anziché considerare la distribuzione di cariche che si forma sul piano conduttore, teniamo il piano conduttore solo come piano di simmetria rispetto al quale posizioniamo delle cariche di segno opposto a quelle già presenti.
In questo modo il campo lungo l'asse del segmento che congiunge le due cariche "reali" è:

$$\vec{E}(z) = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{z-d/3}{\left[(z-d/3)^2+(d/2)^2\right]^{3/2}} - \frac{z+d/3}{\left[(z+d/3)^2+(d/2)^2\right]^{3/2}}\right\}\cdot\hat{k}$$



Il grafico riporta i campi prodotti dalle cariche positive, negative e il campo totale lungo l'asse.
Il grafico in realtà deve essere considerato solo nella metà positiva (esiste comunque il piano conduttore): esiste solo un punto a campo nullo. Tale punto è anche stabile per un elettrone (forza negativa per x crescenti, positiva per x decrescenti).

Utilizziamo la stessa descrizione fisica del sistema per ricavare il potenziale nel punto medio. Il potenziale può essere calcolato come somma nel punto M dei potenziali delle quattro cariche.

$$\varphi(M) = -\int_{\infty}^{M}\vec{E}\cdot dz = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{d/2} - \frac{1}{\sqrt{(d/2)^2+(2d/3)^2}}\right\} = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(2-\frac{6}{5}\right) = 360\text{V}$$

Esercizio 2

Questo esercizio viene risolto applicando il teorema di Ampéré.
Il sistema è analogo a una bobina percorsa da corrente: ci attendiamo quindi un campo magnetico nullo all'esterno, costante in cavità e con variazioni continue nel cilindro stesso.

Applicando il teorema di Ampéré si verifica che il campo esterno è nullo.

In cavità abbiamo:

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{dI}{dx} = \frac{\mu_0 \rho \pi R^2}{2\pi}(9-1)\omega = 4\rho\mu_0 R^2 \omega$$

All'interno del cilindro, per $R < r < 3R$,

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{dI}{dx} = \frac{\mu_0 \rho}{2}\left(9R^2 - r^2\right)\omega$$

che, per $r = R$ e per $R = 3R$ si raccorda con le soluzioni precedentemente individuate.

Per il protone si richiede che il suo raggio di Larmor sia al massimo la metà del raggio della cavità.

$r_L = \dfrac{mv}{qB} \le R/2$ (non relativistico), da cui $v \le \dfrac{2\mu_0 qp\omega R^3}{m} = 1.4 \cdot 10^{-4}\, m/s$

Si noti che anche il campo magnetico ha un valore molto ridotto.